
摘要：本文设计并实现了一种基于小波变换的 Shape from Focus (SFF) 微孔三维测量系统，通过多尺度小波能量构建聚焦度评价指标，并结合 Lorentzian 曲线拟合实现微孔深度与孔径的精确测量。实验结果表明，该方法具有较好的抗噪声能力和深度分辨率，能够实现高深径比微孔的非接触三维形貌重建。

关键词： MATLAB；光学仿真；数字图像处理；Shape from Focus；小波变换；微孔测量

1 背景与需求

随着涡轮机制造、印制电路板等工业领域的发展^[1-2]，具有大深径比的微孔广泛出现，它们的深度与直径之比通常超过 5 甚至更高。加工过程中难以保证内壁几何精度，因此准确测量微孔的三维尺寸成为亟待解决的问题^[3-7]。传统的接触式测量方法如三坐标测量机和光纤探针法容易损伤孔壁且测量范围有限^[8]；非接触式方法如结构光和干涉测量虽然精度高，但设备昂贵且在狭窄空间使用困难^[3,9-10]。特别是直径小于 10 mm 的微孔，接触探头的深度约束和测量误差限制了其应用^[3]。

Shape from Focus (SFF) 是一种非接触、被动的表面形貌测量技术，通过获取一系列景深较浅的图像并计算每个像素的聚焦度来估计对应的深度。研究指出，SFF 可达到微米级精度，但需要处理大量图像，计算量大^[11]。Nayar 等提出的 SFF 算法采用图像梯度或能量作为聚焦度量，是表面重建的经典方法^[11]。然而，光学显微测量中噪声和纹理导致聚焦度量不稳定，必须设计更稳健的聚焦算子。小波变换兼具时域与频域的局部性，可以在多尺度上分析图像的高频信息，已被证明比传统方法具有更好的深度分辨率和噪声鲁棒性^[12]。

本案例中，我们希望设计一种基于光电原理的测量装置。被测样品为不锈钢，每件样品上有一个微孔，为盲孔，直径大于 0.1mm 且小于 0.3mm，深径比大于 3 且小于 10。微孔的几何定义如，图 1(a) 所示，测量过程中，微孔可被分解为上表面（红色实线）、孔壁（蓝色实线）和底面（亮绿色实线）三个部分。上表面与底面的高度差被定义为孔深 h ，两孔壁之间的距离被定义为孔径 d 。样品实物图如图 1(b) 所示，样品为一块 50mm*50mm*5mm 的金属不锈钢样品，上表面经过拉丝工艺处理，左下角数字为样品编号，便于与标准测量值对应。待测微孔为画面中心位置的黑色圆孔，由红色箭头指出。

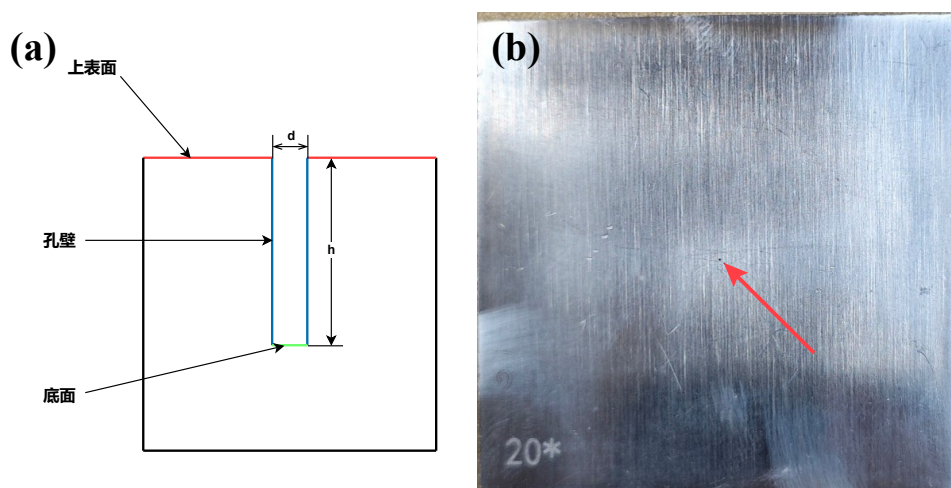


图 1: 微孔的几何定义和实物图。(a) 为微孔的几何定义示意图，红色实线为上表面，蓝色实线为孔壁，亮绿色实线为底面，孔深 h 和孔径 d 的定义如图所示。(b) 为待测微孔样品的实物图，左下角数字为样品编号，待测微孔为画面中心的黑色圆孔，由红色箭头指出具体位置。

2 系统结构与工作流程

为了测量高深径比微孔的形貌，我们设计了基于小波变换的 SFF 测量系统，其结构包含三部分：

2.1 成像采集模块

由电动位移平台、STM32 控制器、共轴光照显微镜和 CMOS 摄像头组成，如图 2(a)。位移平台在控制器驱动下沿垂直方向以固定步长移动样品，显微镜提供同轴照明（图 2(b)）并采集不同聚焦平面的图像序列。采集软件用 Python/STM32 完成硬件控制，MATLAB 负责后续图像处理。每次实验采集的图像幅数可根据孔深和景深确定，通常为几十至上百帧。

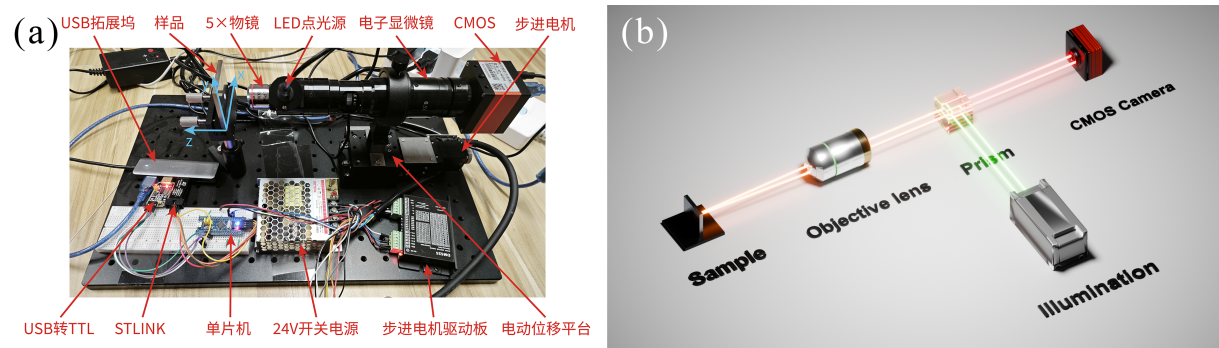


图 2: 基于小波变换的 SFF 微孔测量系统。(a) 为测量系统的实物图，所有关键部分已用红色箭头注明，xyz 轴的定义已由蓝色箭头注明。(b) 为测量系统的等效光路图

2.2 聚焦度计算模块

核心算法在 MATLAB 中实现。对于每一帧图像，首先使用二维离散小波变换 (DWT) 进行三层分解，获得低频系数 $c_{LL}^{(i)}$ 和高频系数 $c_{LH}^{(i)}, c_{HL}^{(i)}, c_{HH}^{(i)}$ 。高频能量反映了图像的细节和清晰度，对第 i 层分解可定义高频能量和低频能量如下^[12]：

$$E_H^{(i)} = \sum_{m,n} \sum_{i=1}^3 \left[|c_{LH}^{(i)}(m,n)|^2 + |c_{HL}^{(i)}(m,n)|^2 + |c_{HH}^{(i)}(m,n)|^2 \right],$$

$$E_L^2 = \sum_{m,n} \sum_{i=1}^3 |c_{LL}^{(i)}(m,n)|^2.$$

我们选用 Daubechies db4 小波，并对图像作归一化处理以消除亮度影响。聚焦度量采用高频能量与低频能量之比： $F = E_H^2/E_L^2$ 。对每个像素在全部帧的聚焦度进行记录，构成聚焦度曲线。由于显微镜焦深窄，聚焦度曲线在真焦点附近呈尖锐峰值，采用 Lorentzian 函数拟合：

$$F(z) = \frac{A}{(z - z_0)^2 + (\Gamma/2)^2} + B,$$

其中 z 为位移位置, a, b, γ, z_0 为拟合参数, z_0 即最佳聚焦深度。利用 MATLAB 的 `lsqcurvefit` 函数对每个像素或局部窗口的聚焦曲线进行非线性最小二乘拟合得到峰值位置。该方法比取最大值抗噪声能力强, 拟合曲线也可用于评估测量精度。

2.3 三维重建与测量模块

基于前述聚焦度分析结果, 可以获得每个像素点在图像序列中对应的最佳聚焦位置, 从而构建聚焦深度映射 $z_0(x, y)$, 其共同构成整个视场范围内的深度图 (Depth Map), 如图 3(a) 和 (b)。该深度图描述了样品表面及微孔内部结构在轴向方向上的空间分布, 是后续三维形貌重建与几何参数测量的基础。

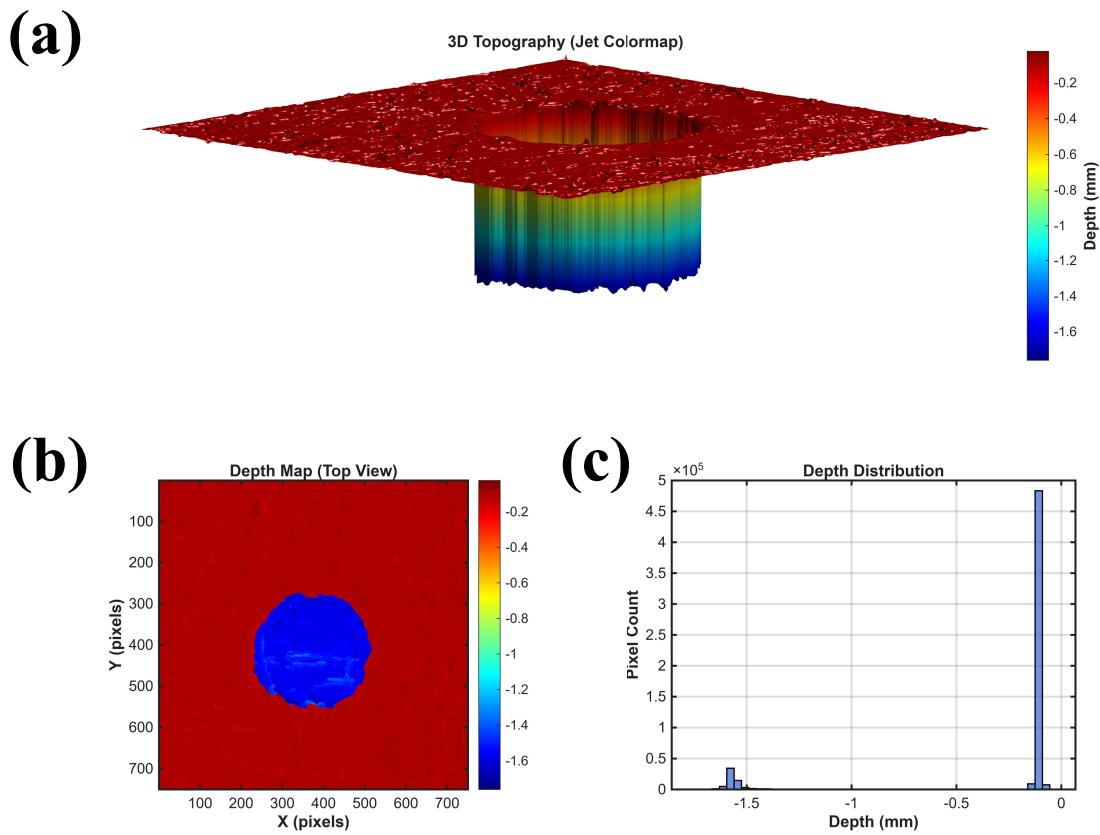


图 3: 微孔三维形貌复原图。(a) 为基于测量系统得到的聚焦度复原的微孔三维模型, 其中蓝色越深的位置意味着其深度越大。(b) 为俯视图下的深度映射图, 颜色由红到蓝表示深度由小到大。(c) 是横轴为深度的像素数统计直方图, 可用于后续双峰分割处理。

在深度图计算过程中, 首先将采集到的多幅显微图像读入图像栈中, 并以像素为单位在其邻域窗口内计算聚焦度值。通过对不同焦平面下的聚焦度进行比较, 选取聚焦度最大的图像序列索引作为该像素点的最佳聚焦位置, 从而得到对应的深度值。与此同时, 最大聚焦度值被记录为聚焦度图, 用于后续质量评估与可视化分析。

由于微孔结构在深度分布上通常表现为明显的上下表面双峰特征, 如图 3(c), 为提高深度数据的稳定性与抗噪性能, 本文对初始深度图进行基于直方图分析的双峰分割。

通过统计深度值直方图并进行平滑处理，自动识别上表面与孔底表面的两个主峰，并以两峰之间的谷值作为阈值，将孔内区域与外壁区域进行分离。在此基础上，分别对上表面与下表面区域进行平面拟合，并将拟合平面从原始深度数据中扣除，从而有效消除样品安装倾斜或平台误差带来的系统性偏差，获得去倾斜的孔深数据。

针对微孔侧壁及边界过渡区域，由于其深度梯度较大，容易引入局部噪声，本文结合梯度信息对该区域实施轻度中值滤波处理。最后，对整体深度图施加双边滤波，以在保持结构边缘清晰度的同时进一步抑制随机噪声，从而得到平滑且物理一致的深度分布结果。

在几何参数测量方面，孔径信息通过对深度图中孔口对应的环状区域进行最小二乘圆拟合获得，拟合参数包括圆心坐标 (x_0, y_0) 及孔半径 R 。孔深则由上表面与孔底表面对应的最佳聚焦位置之差计算得到，并结合电动位移平台的步长参数与实验标定系数，实现实际物理深度的精确换算。

在三维可视化阶段，基于处理后的深度图构建规则网格，并利用 MATLAB 中的 `surf` 或 `mesh` 函数对微孔三维形貌进行重建。同时，根据每个像素点的最佳聚焦深度，从原始图像序列中提取对应的 RGB 信息，生成景深合成图像作为纹理映射，如图 4(a)，从而实现带真实表面纹理的三维微孔模型展示，如图 4(b)，为后续形貌分析与结果验证提供直观依据。

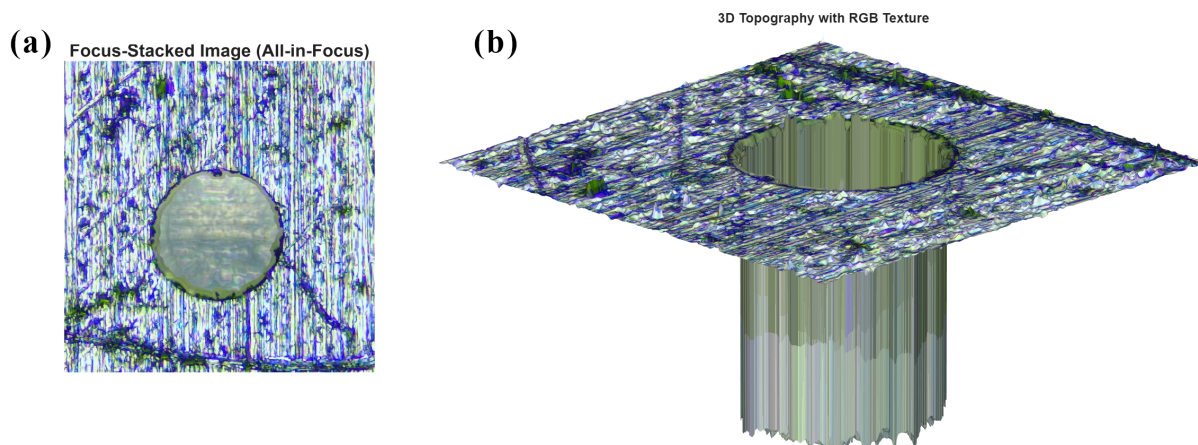


图 4: 有纹理的微孔三维形貌复原图。(a) 为基于测量系统得到的聚焦度，通过 RGB 信息映射得到的景深合成图。(b) 为将 (a) 的纹理映射在图 3(a) 之上，得到的三维形貌复原。

系统流程概括如图 5:

1. 采集垂直扫描序列，并进行平场校正和噪声抑制；
2. 逐帧进行三层小波分解，计算高频能量和低频能量并获得聚焦度；
3. 对每个像素的聚焦度曲线进行 Lorentzian 拟合，得到最佳聚焦位移；
4. 生成深度图并进行平面矫正、孔区域提取及最小二乘圆拟合；
5. 根据校准参数计算孔深和半径，输出 3D 模型和统计结果。

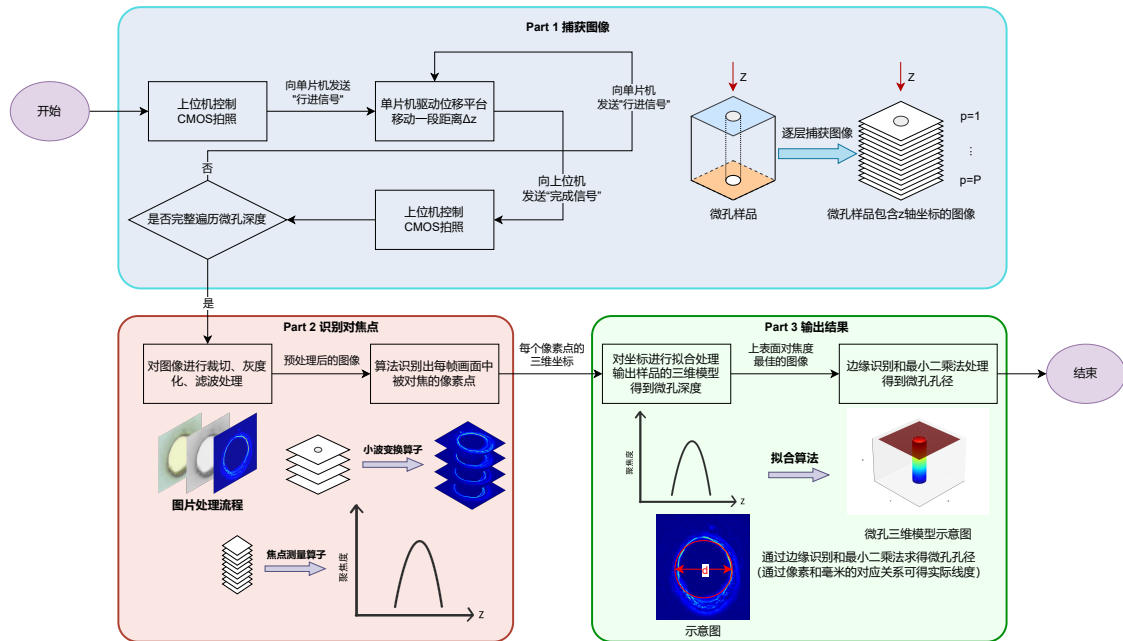


图 5: 测量流程图

3 MATLAB 程序要点

系统的 MATLAB 实现主要由以下几个核心函数构成，各函数协同完成聚焦度计算、深度重建、几何参数测量及结果可视化等任务。

1. `wavelet_focus_measure(I)` 该函数以灰度图像 I 作为输入，调用 `wavedec2` 对图像进行三层离散小波变换 (DWT)，分别计算各尺度下高频与低频子带的能量，并据此构建基于小波能量分布的聚焦度评价指标，输出对应的聚焦度值 F 。
2. `analyze_folder_focus(folder)` 该函数遍历指定文件夹内的全部图像序列，逐帧调用 `wavelet_focus_measure` 计算聚焦度矩阵。对于每个像素点，沿图像序列方向提取其聚焦度变化曲线，并通过 `lorentzian_fit` 对曲线进行拟合，获得最佳聚焦位置。函数最终输出像素级深度图以及对应的拟合参数，如图 6。
3. `lorentzian_fit(y,z)` 该函数采用匿名函数定义洛伦兹 (Lorentzian) 模型，并调用 MATLAB 优化工具箱中的 `lsqcurvefit` 进行非线性最小二乘求解。输入为聚焦度序列 y 及对应的位移序列 z ，输出为拟合得到的参数集合，其中 z_0 表示最佳聚焦深度位置。
4. `calculate_depth_map(depth_index, step, calibration)` 根据像素的最佳聚焦帧编号与平台步长 $step$ 计算初始深度值，并结合实验标定参数对深度进行非线性

性校正，其修正模型为

$$depth = measured + calibration.a \cdot measured + calibration.b,$$

从而补偿系统的非线性误差，获得实际物理深度。

5. `bilateral_plane_filtering(depth_map)` 对初始深度图进行双峰直方图分割，区分微孔内区域与外壁区域，并分别对上下表面进行平面拟合。通过减去拟合平面实现去倾斜处理，随后结合中值滤波与双边滤波对深度图进行平滑，得到稳定的孔深数据。
6. `circle_fit(points)` 针对微孔横截面轮廓点集，采用最小二乘圆拟合方法，求解孔的圆心坐标 (x_0, y_0) 及孔半径 R ，用于孔径参数的精确测量。
7. 可视化与结果输出利用 `imshow`、`surf` 和 `plot3` 等函数，分别绘制全聚焦图像、三维孔形貌模型以及统计分析结果，并将关键数据与图像导出保存，以便后续分析与对比。

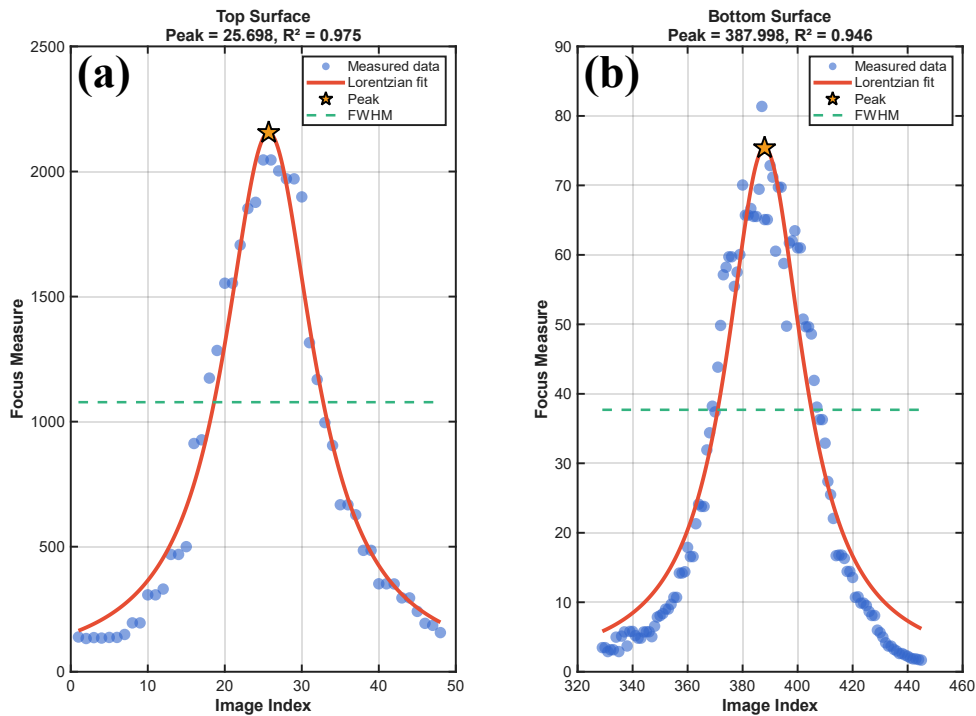


图 6: 聚焦度-帧序列关系图。其中帧序列经小波变换算子得到的聚焦度由半透明蓝色圆点注明，红色实线为基于 Lorentzian 拟合的曲线结果，黄色五角星为拟合结果的极大值点，绿色虚线为半高线。(a) 为上表面的拟合结果。(b) 为底面的拟合结果。

上述函数共同构成了测量系统的 MATLAB 核心模块，实现了从图像读取、信号处理到几何分析与三维可视化的完整流程。由于系统涉及 Python 硬件控制及 STM32 底层驱动，本文重点阐述 MATLAB 算法与数据处理部分，其余控制相关内容在代码中仅作简要说明。项目已在 github 开源，读者可访问 <https://github.com/C-L1gh7/micro-hole-measurement> 获取完整代码与使用说明。

4 方法优势与不足

该系统采用小波聚焦度量，较传统梯度或方差算子具有更高的深度分辨率和噪声抵抗能力^[12]。小波多尺度分析能同时捕捉不同频段的纹理信息，适用于粗糙金属表面的微孔测量。Lorentzian 拟合将聚焦度曲线光滑化，提高了极值定位精度。系统硬件基于普通显微镜和电动台，成本较低，且无需接触样品，避免了探针损伤。通过标定可获得准确的实际尺寸，适用于大深径比微孔。缺点是需要采集大量图像，计算量较大；此外，测量精度依赖于显微镜景深和位移台的重复定位精度，在实际应用中需控制噪声和振动。

参考文献

- [1] 王呈, 刘涛, 穆轩, 等. 航空发动机叶片气膜孔测量技术研究[J]. 计量、测试与校准, 2012(5): 27-30.
- [2] 徐微雨, 孙永春, 齐天龙, 等. 航空发动机微孔内部形貌检测方法研究[J]. 计量、测试与校准, 2025(5): 27-32.
- [3] LIANG J, SONG X, WANG K, et al. An on-machine measuring apparatus for dimension and form errors of deep-hole parts[J/OL]. *Sensors*, 2024, 24(23): 7847. DOI: 10.3390/s24237847.
- [4] 陈传棠, 徐庆仁, 刘淑敏. 微孔加工技术[J/OL]. 北京工业学院学报, 1984(7): 23-33. DOI: 10.16731/j.cnki.1671-3133.1984.07.023.
- [5] 夏博, 姜澜, 王素梅, 等. 飞秒激光微孔加工[J/OL]. 中国激光, 2013, 40(2): 0201001. DOI: 10.3788/CJL201340.0201001.
- [6] 俞历程, 范引鹏, 鲍凯业, 等. 大深径比微孔加工新工艺研究[J]. 计量、测试与校准, 2024(12): 74-80.
- [7] JIA J, WANG Y, YANG S, et al. Study on taper reduction of high aspect ratio microshafts fabricated by twin-mirroring-wire tangential feed electrical discharge grinding (tmtf-wedg)[J]. *Journal of Manufacturing Processes*, 2020, 57: 614-629.
- [8] 李瑞君, 许鹏, 唐帅涛, 等. 高精度微孔测量探头[J/OL]. 计量学报, 2018, 39(5): 598-604. DOI: 10.3969/j.issn.1000-1158.2018.05.02.
- [9] LI R, CHEN C, LI D, et al. Ball tips of micro/nano probing systems: A review[J/OL]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2017, 30(3): 481-497. DOI: 10.1007/s10033-017-0082-8.
- [10] PFEIFFER F. X-ray ptychography[J/OL]. *Nature Photonics*, 2018, 12(1): 9-17. DOI: 10.1038/s41566-017-0072-5.
- [11] GLADINES J, SELS S, BLOM J, et al. A fast shape-from-focus-based surface topography measurement method[J/OL]. *Sensors*, 2021, 21(8): 2574. DOI: 10.3390/s21082574.
- [12] XIE H, RONG W, SUN L. Construction and evaluation of a wavelet-based focus measure for microscopy imaging[J]. *Microscopy Research and Technique*, 2007, 70(11): 987-995.