

研究报告

第一届上海市大学生物理实验竞赛（创新）

作品名称 尖端放电

比赛类别 命题类创新作品

作品类型 教学辅助微视频

2024年8月23日

目录

1 题意理解	3
2 目标定位	3
3 实验原理	4
3.1 电荷面密度与该处电场强度之间的关系	4
3.2 导体表面曲率半径与电荷面密度之间的关系	4
3.3 静电发生器	6
3.4 “尖端放电”实验仪器	7
4 设计方案	7
4.1 主题引入	7
4.2 理论推导与原理阐述	8
4.3 实验验证	9
5 视频的设计与实现	9
5.1 实验与拍摄	9
5.2 视觉效果实现	9
6 作品创新点	14
7 总结与展望	15
8 学生贡献	15

1 题意理解

“尖端放电”是电磁学中一个经典的物理现象。一般指导体表面曲率较大的区域电荷面密度较大，进而能产生更强的电场。当电场强度达到一定程度时，可以引发空气或其他气体分子的电离，从而产生的放电现象。

这一现象在我们的日常生活中有着重要的应用和影响。例如避雷针就是利用尖端放电的原理，通过其尖锐的顶部集中电荷，使得电荷更容易向空中放电。这样，可以中和建筑物上的电荷，防止其积累到足以引发强烈放电的程度，从而保护建筑物免受雷电的损害。再比如在高压输电线附近的电晕放电现象会消耗大量电能，用于气体分子的电离和发光。结合尖端放电的原理，为了避免这种能量浪费，高压输电线的设计应使表面尽可能光滑，减少电荷的积累和电场的不均匀分布。同时，导线半径不宜过小，以降低电场强度，减少电晕放电的发生。此外一些高压设备的电极常设计为光滑的球面，这样做可以减少尖端放电现象，避免电能的不必要损失。通过这种方式，设备能够更有效地维持高电压，提高其性能和安全性。可见尖端放电现象不仅在科学研究中具有重要地位，也在实际应用中发挥着关键作用。通过合理的设计和控制，我们可以有效地利用或避免这一现象，提高能源利用效率，保护设备和建筑的安全 [1]。

目前，网络上的相关教学辅助微视频主要聚焦于科普部分，多数内容未能做到理论论证与实验现象的有机结合，知识层次较为碎片化。本视频旨在短时间内用清晰、直观、科学、成体系的方式，辅助观者理解“尖端放电”这一现象，为不具备提供实验环境的教学课给予实验现象的补充。同时充分发挥微视频的媒介优势，避免将视频制作成与正常教学无异的“录播课”。将理论论证与实验现象在视频中合理展现，带领观者更深入地了解学习“尖端放电”现象。

2 目标定位

根据题目要求，视频应满足大学物理理论课的辅助教学要求。因此，视频制作过程中，我们将目标人群设定为已拥有一定电磁学基础的大学生。

本视频以实验现象为基础，通过动画与实物相结合的模式，对其原理以可视化的形式向观者生动展现。视频中所展现的实验现象应清晰可见，尽可能保证现象明显，以最直观的方式向观者阐明“尖端放电”现象。对于相对较难理解的部分，给出更为详细、清晰地展示推导过程，给予观者足够的时间进行消化思考。因此，要合理安排理论论证在视频中的占比，在保证视频教育性和科学性的前提下，尽可能的将枯燥的理论转变为有趣的知识，使得观者注意力更为集中，提升其知识消化效率。

3 实验原理

“尖端放电”现象的本质，其实是导体表面曲率半径、电荷面密度与电场强度之间的关系，即：导体表面曲率半径越小，该处电场强度越大，越容易与外界空气发生电离 [2]。

3.1 电荷面密度与该处电场强度之间的关系

静电平衡的条件下，在导体表面做一个圆柱形的高斯面，如图 1。由于导体内部场强处处为零，由高斯定理可得电荷面密度与该处电场强度之间的关系如下：

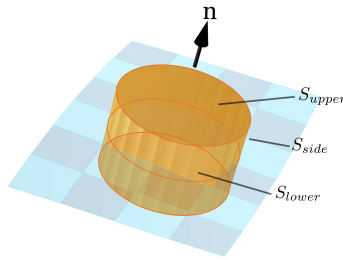


图 1: 高斯面示意图

$$\begin{aligned}\Phi_E &= \iint_{S_{\text{上底}}} E \cos \theta_1 dS + \iint_{S_{\text{下底}}} E \cos \theta_2 dS + \iint_{S_{\text{侧面}}} E \cos \theta_3 dS \\ \Phi_E &= E \Delta S = \frac{\sigma_e \Delta S}{\epsilon_0} \\ E &= \frac{\sigma_e}{\epsilon_0}\end{aligned}\quad (3.1)$$

式 3.1 中 Φ_E 为电通量， E 为场强， θ 为 E 与外法向量之间的夹角。此式说明在静电平衡条件下，导体表面上的电荷面密度与电场强度成正比 [1]。

3.2 导体表面曲率半径与电荷面密度之间的关系

式 3.1 只给出导体表面上每一点的电荷面密度和附近场强之间的对应关系，它并不能告诉我们在导体表面上电荷实际的分布情况。定量地研究这个问题是比较复杂的，这不仅与这个导体的形状有关，还和它附近有什么样的其它带电体有关。但是对于孤立的带电导体来说，我们可以定性的分析其电荷分布规律 [1]。

不妨建立一个简化的理想化模型：用导线把两个半径不同的小球在真空中的静电场里连接起来，如图 2：

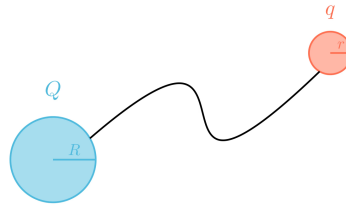


图 2: 论证带电导体上的电荷面密度与曲率的关系

$$\begin{cases} U_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \\ U_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R} \end{cases} \quad (3.2)$$

式 3.2 中 U_1 为小球电势， U_2 为大球电势。由于导线的连接，此时两个小球在真空中达到静电平衡的稳定状态。

在电平衡时，两个小球表面的电势相等，有 $U_1 = U_2$ 。

$$\begin{aligned} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R} \\ \frac{q}{r} &= \frac{Q}{R} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{又} \because \sigma &= \frac{Q}{A} = \frac{Q}{4\pi r^2} \\ \therefore \frac{\sigma_R}{\sigma_r} &= \frac{\frac{Q}{4\pi R^2}}{\frac{q}{4\pi r^2}} = \frac{Qr^2}{qR^2} \\ \therefore \frac{\sigma_R}{\sigma_r} &= \frac{r}{R} \end{aligned} \quad (3.3)$$

式 3.3 说明，电荷面密度大小与球的半径成反比 [2]。

由于任何曲面都可以看作不同曲率半径的球面的叠加，因此把该结论推广到一般情况，可得一个简单的定性规律：孤立导体上电荷面密度的大小与该导体表面的曲率成正比，所以对于同样的电压下的导体，曲率半径越小，电荷面密度就越大。导体表面突出而尖锐的地方（曲率较大），电荷就比较密集，即电荷面密度较大；表面较平坦的地方（曲率较小），电荷面密度较小；表面凹进去的地方（曲率为负），电荷面密度更小 [1]。如图 3:

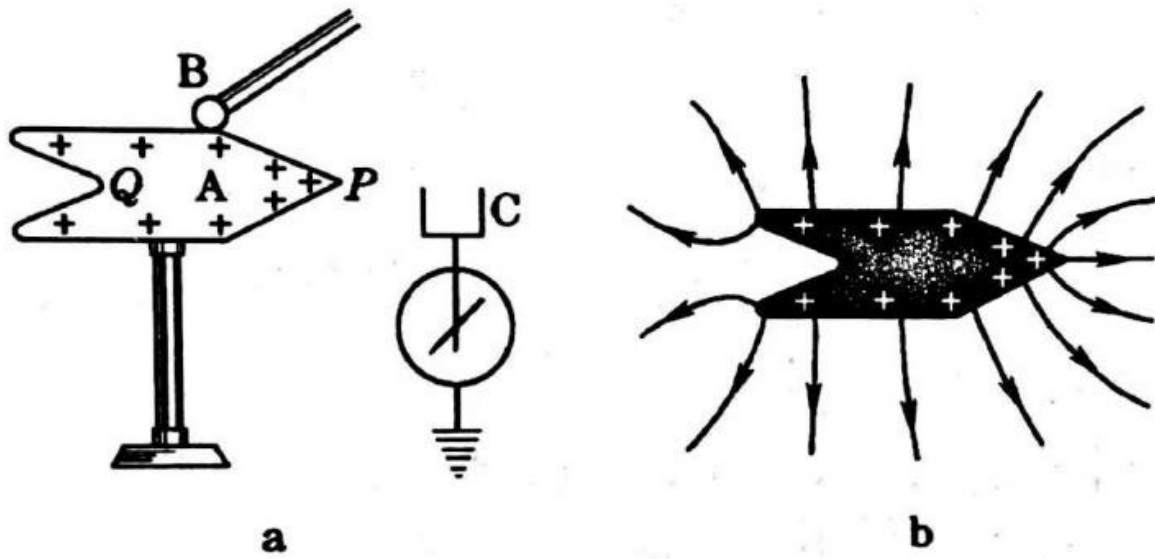


图 3: 导体表面曲率对电荷分布的影响 [1]

3.3 静电发生器

静电发生器由放电杆、起电盘、莱顿瓶、电刷杆及电刷、把手和底座组成, 重要部分已在图 4 中标明。

转动静电发生器转轴, 固定的电刷会与转动的导电层感应起电, 产生电荷。产生的电荷会被两侧的莱顿瓶收集并暂时储存。当电荷积累到一定程度时, 两个小球间电场强度变大, 空气发生电离, 变得易于导电, 最后击穿空气, 形成如图 5 所示的电弧。

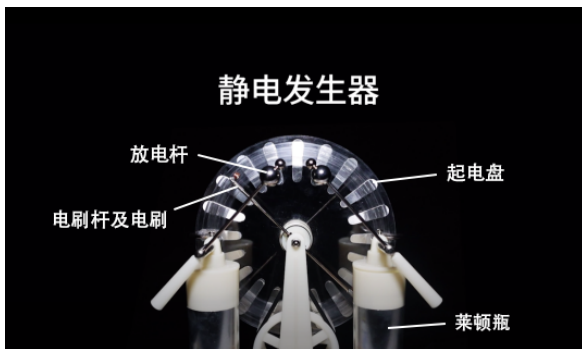


图 4: 静电发生器实物图



图 5: 放电杆间形成明显电弧

3.4 “尖端放电”实验仪器

“尖端放电”实验仪器由一面固定的金属板，和可分别调节高度的金属针、金属球组成，如图 6 所示。

将仪器正负电极连接至静电发生器上，使上端金属板和下端金属球、金属针分别带上异种电荷。为控制实验变量，为金属球和金属针提供同源电压（静电发生器通过感应起电产生等量异种电荷），并使二者和上方金属板之间的距离相等。由小节 3.1、小节 3.2 的结论和实验结果可推得：转动静电发生器转轴后，由于金属针的曲率大于金属球，因此金属针尖端的电荷面密度大于金属球，电场强度也更大。所以金属针发生了放电，并把电荷全部导走，而金属球与金属板之间无法观察到明显放电现象，如图 7。

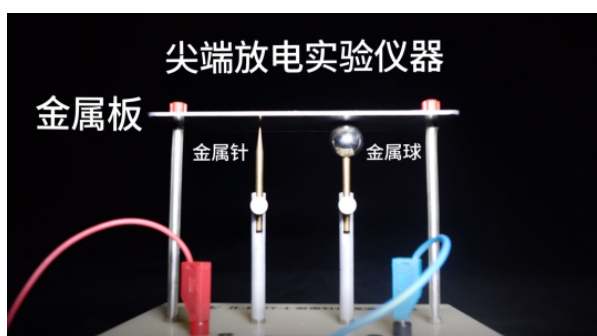


图 6：“尖端放电”实验仪器

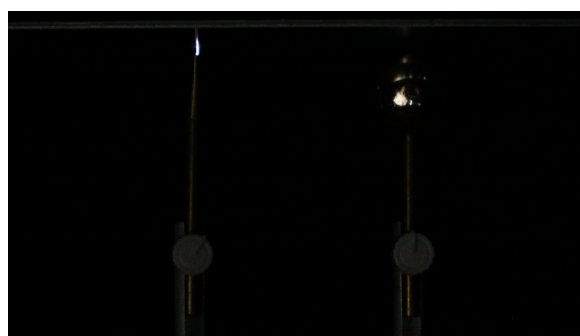


图 7：金属针和金属球的放电情况

4 设计方案

4.1 主题引入

视频开篇使用生活中常见的避雷针引出主题，见图 8。从生活现象的角度出发，抛出“尖端放电”现象的疑问，快速吸引观者注意力，诱导其进行思考，将视频快速聚焦到“尖端放电”这一核心内容上。同时以生活现象引入更能展现科学与生活的紧密联系，激发观者的发现思维。



图 8: 引入部分视频截图

紧接着通过直观的静电发生器实验模拟现实情况，揭示现象背后更为本质的成因，引出下文放电现象的理论推导及原理阐述。利用实验向观者展现电流击穿空气时的现象，为后续实验提供一个判定是否发生放电的可视化指示。同时，静电发生器的原理简单，现象明显。可以通过实物与动画相结合的形式对其放电原理的分析，来展开电场与电荷面密度之间关系的论证，推进“尖端放电”现象原理解释的逻辑链条。

4.2 理论推导与原理阐述

引入主题后，我们将进行理论推导与原理阐述。由高斯定理可知，静电平衡的导体表面电荷面密度越大，场强越大，如图 9。而导体电荷面密度又与导体的曲率半径有关。

$$\begin{aligned}\Phi_E &= \oiint_{\partial V} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} \\ &= \iint_{S_{\text{upper}}} E \cos \theta_1 dS + \iint_{S_{\text{lower}}} E \cos \theta_2 dS + \iint_{S_{\text{side}}} E \cos \theta_3 dS \\ &= \mathbf{E} \cdot \Delta \mathbf{S} + 0 + 0 = E \Delta S\end{aligned}$$

Guass's Law

$$\begin{aligned}\Phi_E &= \oiint_{\partial V} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0} \\ E \Delta S &= \frac{\sigma_e \Delta S}{\epsilon_0} \\ E &= \frac{\sigma_e}{\epsilon_0}\end{aligned}$$

图 9: 通过高斯定理推导电场强度与电荷面密度的关系

通过图 2 所示的模型，我们可得出导体表面电荷面密度的大小与球的半径成反比的结论。由于任何曲面都可看作不同曲率半径球面的叠加，因此推广结论，可得到导体

的表面越尖锐，就越容易发生电离。

4.3 实验验证

采用可控制实验变量的“尖端放电”实验仪器验证结论，使得导体尖端曲率为唯一变量。可观察到曲率大的导体发生放电，曲率小的导体无明显现象。从实验的角度验证理论推导的结果，帮助观者将理论与实验紧密联系，加深印象。

5 视频的设计与实现

5.1 实验与拍摄

视频中包含两项实验：静电发生器实验和尖端放电实验。为保证拍摄效果良好，主体清晰，实验地点选择在无自然光源的实验室，使得画面光源单一，画面干净。使用黑色绒布作为实验背景，白色补光灯从侧面为实验仪器同时给予正面光照与轮廓光照。使用三脚架固定摄像机，保持实验仪器始终置于画面中央，如图 10。实验员穿着实验服，佩戴防静电手套，在镜头可捕捉画面外进行操作。



图 10: 拍摄现场

介绍仪器时，给予仪器较亮的光照，便于观者了解仪器构造，学习实验原理。演示现象时，降低光强，使放电现象在黑暗中清晰可见。进行静电发生器实验过程中，还需用包裹黑色绒布的木板垫于放电杆与起电板之间，以免起电板反光，使得放电现象不明显。

5.2 视觉效果实现

视频剪辑由软件 Adobe Premiere Pro 2023(Pr) 完成；动画由 Adobe After Effects 2023(Ae), Adobe Photoshop 2023(Ps) 和 Manim 完成。

视频开篇，画面由闪电劈中东方明珠的图片为引入，通过复制图片图层并添加遮罩的方式做出局部放大的效果，在视觉上强调其顶端避雷针在图片中扮演的角色，如图 11。

随后避雷针放大效果消失，随着音乐鼓点的抬升，标题“尖端放电”出现，点明视频主题。



图 11: 开篇主题引入部分视频截图

静电发生器背景为黑色绒布，对其进行对比度和明亮度处理，使得黑色绒布纹理几乎消失。通过 Ps 绘制正负电荷，导入 Ae 工程文件中。为静电发生器制作蒙版，使得正负电荷在进行移动的过程中，有正确的遮挡关系，如图 12。镜头前推，放电杆端点处分别有正负电荷淡入，以表示电荷不断在放电杆端点处积聚。

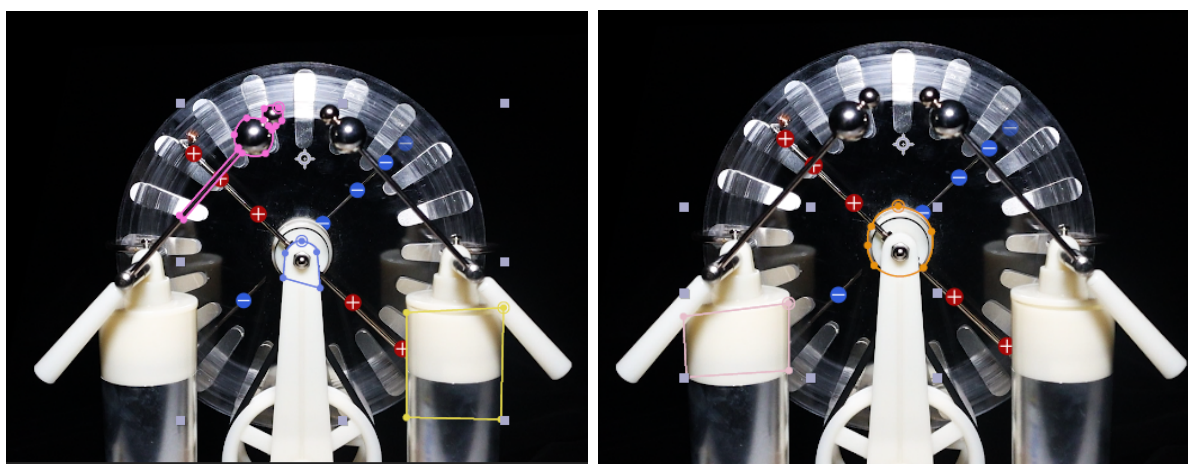


图 12: 静电发生器分镜遮罩位置图

录制过程中，注意需要在较为明亮的光照下展示静电发生器的具体细节，在较黑暗的环境下观察清晰明亮的电弧，如图 13:

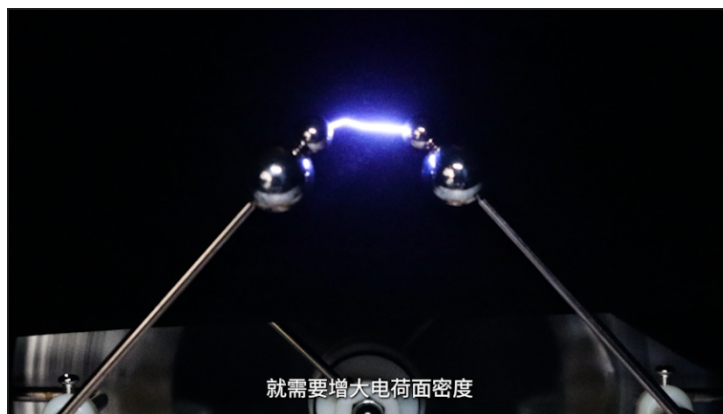


图 13: 在放电杆金属球处产生电弧

公式推导部分主要由用高斯定理证明导体附近电场强度与电荷分布之间的关系和推导电荷面密度与导体曲率半径之间的关系两部分构成。在公式展示过程中使用了开源项目 Manim[3]。下文将通过代码展示和文字解读两部分来讲述制作过程，请读者结合代码中的注释辅助理解。

高斯定理部分使用了 ThreeDScene 场景构建曲面以可视化的展示取一个圆柱形高斯面的过程，以下是生成曲面代码片段的展示¹。

```

1 from manim import *
2 import numpy as np
3
4
5 class Guass(ThreeDScene):
6     def construct(self):
7
8         # 定义一个光滑的曲面函数
9         def surface_func(u, v):
10             x = u
11             y = v
12             z = 0.5 * np.sin(0.5 * u) * np.cos(0.5 * v)
13             return np.array([x, y, z])
14
15         # 创建曲面
16         surface = Surface(
17             lambda u, v: surface_func(u, v),
18             u_range=[-3 * PI, 3 * PI],
19             v_range=[-2 * PI, 2 * PI],
20             resolution=(30, 20)
21         )

```

¹文中所有代码均在 Python 3.11、Manim 1.81、NumPy 2.1 的环境下运行，在其他环境中运行时可能会出现兼容性错误。

```

22
23     # 设置曲面的样式
24     surface.set_style(fill_opacity=0.3, stroke_color=BLUE)
25     # 设置曲面的样式
26     surface.set_style(fill_opacity=0.3, stroke_color=BLUE)
27     # 添加曲面
28     self.add(surface)
29     # 移动视角
30     self.move_camera(phi=75 * DEGREES, theta=100 * DEGREES)

```

以下代码通过计算曲面的法向量，实现了圆柱体的转动角度与曲面法线方向一致见图 1。

```

1     # 定义法线方向
2     normal = np.array([1, 0, -4])
3     # 归一化法线向量
4     normal = normal / np.linalg.norm(normal)
5     # 计算旋转轴（法线与Z轴的叉积）
6     z_axis = np.array([0, 0, 1])
7     rotation_axis = np.cross(z_axis, normal)
8     # 归一化旋转轴
9     rotation_axis = rotation_axis / np.linalg.norm(rotation_axis)
10    # 计算旋转角度（法线与Z轴的夹角）
11    angle = np.arccos(np.dot(z_axis, normal))
12    # 旋转圆柱体
13    cylinder.rotate(angle, rotation_axis, about_point=ORIGIN)

```

图 2 连接两个小球的平滑曲线使用了贝塞尔曲线 (Bezier Curve)。以下是部分代码展示。

```

1     # 创建两个圆形
2     sphere1 = Circle(radius=1, color=BLUE, fill_opacity=0.5)
3     sphere1.shift(LEFT * 3 + DOWN * 1.5)
4     sphere2 = Circle(radius=0.5, color=RED, fill_opacity=0.5)
5     sphere2.shift(RIGHT * 3.5 + UP * 1)
6     # 找到在圆周上的两个点作为端点
7     angle1 = PI / 6
8     angle2 = PI / 3
9     start_point = sphere1.get_center() + sphere1.get_width() / 2 * np.
10    array([np.cos(angle1), np.sin(angle1), 0])
11    end_point = sphere2.get_center() + sphere2.get_width() / 2 * np.
12    array(
13    [np.cos(angle2 + PI), np.sin(angle2 + PI), 0])

```

```

12 # 确定贝塞尔曲线的控制点
13 control_points = [sphere1.get_right() + 4.5 * UP + 4.5 * RIGHT,
14                  sphere2.get_left() + 5 * DOWN + 4.5 * LEFT]
15 # 根据控制点画出贝塞尔曲线
16 connection = CubicBezier(start_point, *control_points, end_point,
                             color=WHITE)

```

在视频中论证电场强度与导体表面曲率的关系部分，画面中圆锥面的拉伸效果是通过矩阵乘法实现曲面伸缩变换的，以下为过程展示。

```

1 # 定义曲面的参数方程
2 def surface_func(u, v):
3     return np.array([
4         u * np.cos(v), # x(u, v)
5         u * np.sin(v), # y(u, v)
6         3 - 3 * u # z(u, v)
7     ])
8 # 定义旋转曲面
9 surface = Surface(
10     lambda u, v: surface_func(u, v),
11     u_range=u_range,
12     v_range=v_range,
13     resolution=resolution,
14 ).set_color([hex_to_rgb(color1)])
15 # 创建曲面动画
16 self.play(Create(surface))
17 # 缩放矩阵
18 stretch_matrix = np.array([
19     [0.8, 0, 0], # x轴方向缩小
20     [0, 0.8, 0], # y轴方向缩小
21     [0, 0, 1], # z轴方向保持不变
22 ])
23 # 缩放曲面
24 self.play(ApplyMatrix(stretch_matrix, surface))

```

以上便是在制作可视化展示时公式的关键部分，具体如何将代码部分转换为视频，请参考官方文档[Quickstart - Manim Community v0.18.1](#)。注意到在上述代码中出现了大量在 Python 默认全局命名空间中不存在的对象，这是由于采取了通配符导入的方式，导入了所有 manim 中的对象。在官方教程[Reference Manual - Manim Community v0.18.1](#)中，给出了这些 Class 的继承关系图，以及每一个对象的详细用法，例如视频中公式的显示采用了 MathTex 类实现，读者可以参考此文档中的描述。

“尖端放电”实验仪器部分。在 Ae 中创建 3D 文本图层，对仪器的主要零件进行标注，如图 14。对视频画面进行跟踪摄像机分析，将文本图层与虚拟摄像机进行绑定。镜头前推，虚拟摄像机同步前推，制作文本穿越效果。随后仿照视频开篇的局部放大效果，展示金属针和金属球与上方金属板的距离相等。光线渐暗，在金属针针尖处观察到有微小的电弧产生，如图 15。

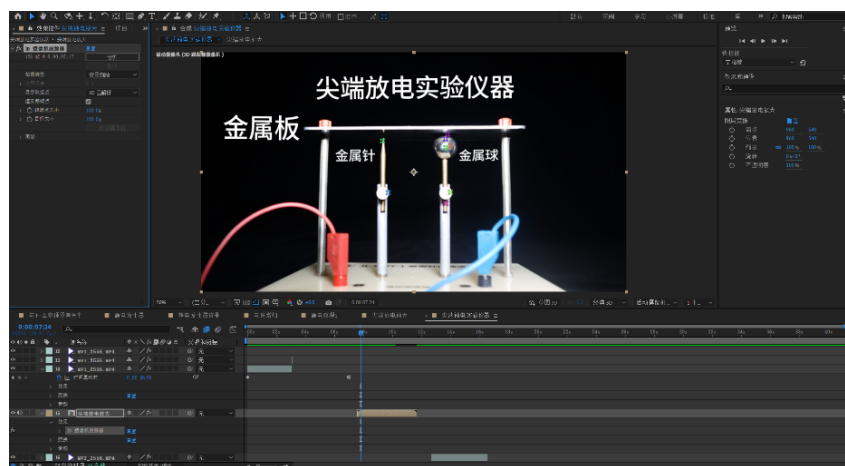


图 14: 跟踪摄像机分析后的“尖端放电”实验仪器跟踪点示意图

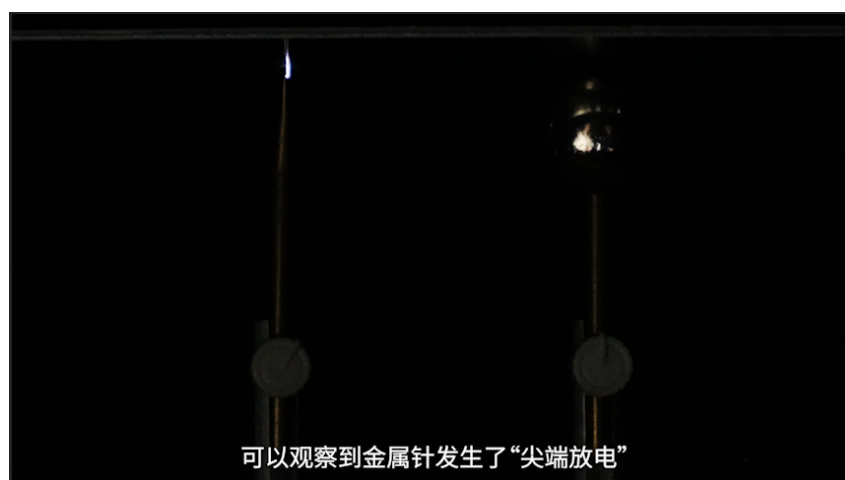


图 15: 金属针发生“尖端放电”

6 作品创新点

- I. 充分发挥微视频媒介优势，将动画与实验相结合进行教学，将知识可视化、形象化、动态化。将抽象的数学表达式转化为清楚的可视化图像，辅助学生快速理解公式背后的物理含义。同时理论与实验结合紧密恰当，有助于学生构建起全面的知识体系。

- II. 实验器材选择恰当合理，实验可行性较高。目前有关“尖端放电”的教学视频，缺乏在控制其它条件不变的前提下改变导体曲率的控制变量实验。本视频逻辑清晰，环环相扣，逐步推进理论论证，最后用严谨的控制变量实验验证曲率与导体表面电荷面密度的关系，便于学生吸收理解。
- III. 与生活联系紧密。视频以避雷针为引入，以其背后原理为贯穿线索，不断推进论证逻辑。不拘泥于一板一眼的知识灌输，更加注重于培养学生对于知识的理解与迁移能力。

7 总结与展望

本项目制作了一段时长三分钟的尖端放电讲解微视频，可广泛应用于大学物理课堂教学，通过现代媒介帮助学生感受和理解尖端放电原理，在生活中留意尖端放电现象；能够辅助教师对高斯定理等教学重难点进行讲解。通过可视化多元化手段辅助课堂教学，具有一定的创新性。

“尖端放电”现象生活、生产、工程应用中均有所涉及，因此其教学内容具有较强的可拓展性。受限于时长要求，我们无法引入更多案例，从具体应用的角度来加深观者对知识的理解层次。如若时长允许，视频可以通过更加多样的应用案例，加强学生对知识的理解，鼓励学生将所学知识运用到更加贴合实际的场景中。

目前，许多模拟软件已相对成熟，是良好的学习探究平台。未来，我们希望通过COMSOL Multiphysics 等仿真软件，尝试制作制作一个数字化的模型，模拟尖端放电现象，允许同学通过改变不同参数去进行模拟实验。相较于实物，模拟实验的数值更加可视化，电场等不易观测的物理量可以更为清晰的被标明。同时，互动式的教学更有助于学生加深理解，促进教学质量的提升。

8 学生贡献

学生 1	脚本撰写、实验拍摄、文案撰写、视频剪辑、撰写视频剪辑部分研究报告、制作视频剪辑部分 ppt
学生 2	实验拍摄、文案撰写、旁白配音、撰写拍摄概念及实验原理部分研究报告、制作原理部分 ppt
学生 3	实验操作、文案撰写、动画制作、撰写动画制作部分研究报告、制作动画部分 ppt

参考文献

- [1] 赵凯华, 陈熙谋. 电磁学 [M]. 3 版. 北京: 高等教育出版社, 2023.
- [2] 程守洙, 江之永. 普通物理学 [M]. 8 版. 上册. 北京: 高等教育出版社, 2022.
- [3] 3Blue1Brown. Manim: Mathematical Animation Engine[EB/OL]. <https://github.com/3b1b/manim>. n.d.[2024-07-17].